Applications directes

Étudier un dispositif solide-ressort en translation

(§ 1 du cours)

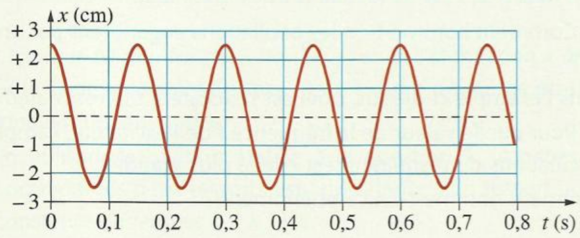
2. Déterminer une période

1. Définir la période et la fréquence des oscillations d'un dispositif solide-ressort.

2. Lors des oscillations du solide, on a obtenu le graphique ci-dessous représentant l'évolution de l'élongation en fonction du temps.

a. Déterminer la période, puis calculer la fréquence de ces oscillations.

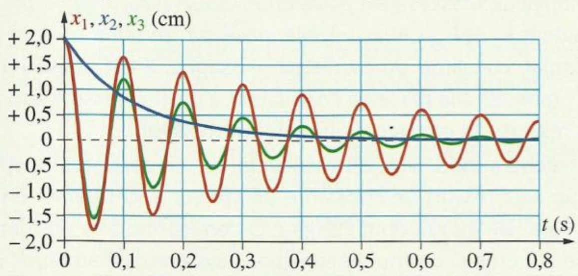
b. Déterminer l'amplitude des oscillations.



3. Définir les divers régimes d'oscillation

Un oscillateur mécanique horizontal est constitué d'une masse accrochée à un ressort.

En ne modifiant que les frottements, on a obtenu divers enregistrements de l'élongation en fonction du temps, représentés ci-dessous.



1. Attribuer à chaque courbe le régime correspondant.

2. Classer les courbes par ordre croissant des frottements.

3. Pourquoi ne parle-t-on pas de régime périodique ?

Caractériser la force de rappel exercée par un ressort

(§ 2 du cours)

4. Connaître les caractéristiques d'un ressort

1. a. Schématiser un ressort horizontal au repos.

b. Sur un nouveau schéma, représenter la force $\vec{F}_{op}$ exercée par un opérateur qui comprime ce ressort.

c. Sur ce second schéma, représenter la force de rappel $\vec{F}$ exercée par le ressort sur l'expérimentateur.

2. Reprendre les questions du **1.** lorsque l'opérateur étire le ressort.

3. Lorsque le ressort est étiré d'une longueur $\Delta\ell = 5{,}0$ cm, la valeur de la force de rappel exercée par le ressort est $F = 0{,}32$ N. Quelle est la valeur de la constante de raideur du ressort ?

4. Quelle est la la valeur de force de rappel exercée par le ressort lorsqu'il est comprimé d'une longueur $\Delta\ell = 7{,}0$ cm ?

5. Connaître la force de rappel d'un ressort

Un ressort hélicoïdal à spires non jointives a une longueur au repos $\ell_0 = 15{,}0$ cm et une raideur k de $25{,}2\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$.

1. Calculer la valeur de la force de rappel exercée par le ressort sur un opérateur lorsque sa longueur est :

a. $\ell_1 = 17{,}2$ cm ; **b.** $\ell_2 = 12{,}8$ cm.

2. Dessiner le ressort dans chacune des situations précédentes et représenter, par un vecteur, la force de rappel.

3. Dans chaque cas, exprimer littéralement la valeur de la force exercée par l'opérateur sur le ressort et celle de la force exercée par le ressort sur l'opérateur.

Écrire l'équation du mouvement d'un oscillateur élastique

(§ 3 du cours)

6. Écrire une équation différentielle

Un oscillateur mécanique élastique est constitué d'un solide de masse m accroché à l'extrémité d'un ressort, de constante de raideur k, dont l'autre extrémité est fixe. Le solide se déplace sur un rail horizontal le long duquel on peut négliger les frottements.

1. Faire apparaître, sur un schéma, les forces appliquées au solide en mouvement.

2. On repère la position du centre d'inertie G du solide sur un axe (Ox) horizontal, parallèle au rail. L'origine de cet axe coïncide avec la position de G lorsque le solide est au repos. Établir l'équation différentielle du mouvement de G.

7. Trouver la solution d'une équation différentielle

L'équation différentielle traduisant l'évolution de l'élongation d'un oscillateur mécanique horizontal est de la forme $\ddot{x} + \frac{k}{m} \cdot x = 0$.

1. Que représentent les grandeurs k et m ?

2. Le ressort est abandonné sans vitesse initiale d'une position d'abscisse $x = x_m$ à la date $t = 0$.

Vérifier que la solution de l'équation différentielle est de la forme $x = x_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \Phi_0\right)$. Déterminer l'expression de T_0 et la valeur de Φ_0.

8. Connaître les unités

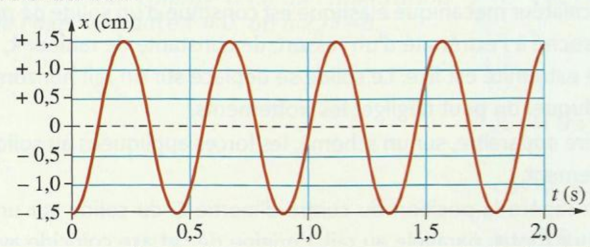
L'équation différentielle traduisant l'évolution de l'élongation d'un oscillateur mécanique horizontal est de la forme $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m} \cdot x = 0$.

1. Donner, dans le système international, les unités de k et m.

2. La période propre des oscillations libre est $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. Montrer que cette expression est homogène.

10. Déterminer des constantes d'intégration

Lors des oscillations d'un dispositif solide-ressort, on a obtenu la courbe ci-dessous.



1. Que peut-on dire de l'amortissement pendant la durée de l'enregistrement ?

2. Lorsque les frottements sont négligés, la résolution de l'équation différentielle conduit à une expression de la forme :

$$x = x_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \Phi_0\right).$$

À partir de l'enregistrement :

a. mesurer la valeur de x_m ;

b. mesurer la valeur expérimentale de la période T des oscillations et en déduire celle de la période propre des oscillations libres T_0.

c. Quelle est la valeur de l'élongation à la date $t = 0$ s ? En déduire celle de Φ_0.

3. La constante de raideur du ressort est $k = 18\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$. Calculer la valeur de la masse accrochée au ressort.

Étudier les oscillations mécaniques forcées

(§ 4 du cours)

11. Connaître les oscillations forcées

Le 7 novembre 1940, six mois après son inauguration, le pont suspendu de Tacoma (USA) s'est brisé après avoir oscillé sous l'effet des tourbillons créés par le vent.

Photo du pont de Tacoma le 7 novembre 1940.

1. a. Comment nomme-t-on les oscillations engendrées par un excitateur ?

b. Dans l'exemple ci-dessus, quel est l'excitateur ? le résonateur ?

2. a. Pour quelle valeur de la fréquence f de l'excitateur, l'amplitude des oscillations du résonateur est-elle la plus grande ?

b. Comment nomme-t-on ce phénomène ?

Utilisation des acquis

14. Le plancher d'une usine

Un plancher d'usine est assimilable à une plaque rectangulaire horizontale, de masse $m_P = 15$ t, supportée par quatre ressorts verticaux et identiques placés dans les angles.

Lorsque l'on charge ce plancher avec un moteur de masse $m_m = 3{,}1$ t, celui-ci s'affaisse de 1,0 mm.

1. a. Déterminer la constante de raideur du ressort équivalent à l'ensemble des quatre ressorts qui supportent le plancher. SOS

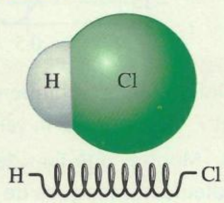
b. Déterminer la période et la fréquence propre des oscillations libres du système {plancher + moteur}.

2. Que risque-t-il de se produire si le moteur, mal équilibré, tourne à une fréquence voisine de la fréquence propre ?

Donnée : accélération de la pesanteur : $g = 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

16. Un ressort dans une molécule ?

La liaison chimique entre deux atomes A et B, de masses m_A et m_B, peut être modélisée par un ressort, de constante de raideur k, reliant les deux masses (voir le schéma ci-contre pour la molécule de chlorure d'hydrogène).



La période propre T_0 des oscillations de ce système est la même que celle d'un oscillateur comportant un ressort de constante de raideur k, dont une extrémité est fixe, tandis que l'autre est reliée à une masse dite « masse réduite » de valeur $\mu = \dfrac{m_A \cdot m_B}{m_A + m_B}$.

1. Donner l'expression T_0 en fonction de k et μ. En déduire la fréquence propre f_0 de l'oscillateur.

2. Des mesures de spectroscopie montrent que la molécule de chlorure d'hydrogène, à l'état gazeux, absorbe les ondes électromagnétiques de longueur d'onde, dans le vide, $\lambda_0 = 3{,}343\ \mu\text{m}$.

a. Quelle est la fréquence des ondes électromagnétiques absorbées ?

b. Dans quel domaine du spectre électromagnétique se situent-elles ?

3. La fréquence des ondes absorbées est égale à la fréquence des oscillations de la molécule.

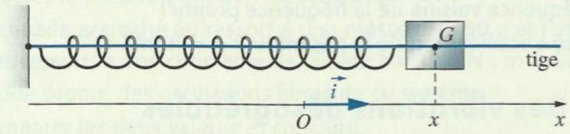
a. Calculer la masse réduite de la molécule de chlorure d'hydrogène.

b. Calculer la constante de raideur du ressort modélisant la liaison chimique.

Données : $c = 3{,}00 \times 10^8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $M(\text{H}) = 1{,}0\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $M(\text{Cl}) = 35\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$.

17. Oscillations libres et fonction linéaire

Un solide de masse $m = 292$ g et de centre d'inertie G peut coulisser sans frottements le long d'une tige horizontale. Il est attaché à un ressort horizontal de constante de raideur $k = 8{,}0\ \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$. L'élongation du système à la date t est repérée sur un axe (Ox) parallèle à la tige. L'origine O de cet axe correspond à la position du centre d'inertie G du solide lorsque le système est au repos.

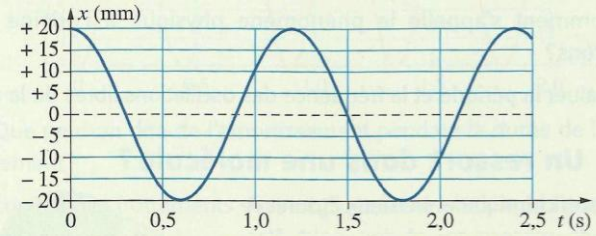


1. a. Faire l'inventaire des forces appliquées au solide à la date t ; les représenter sur un schéma.

b. Établir l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie G.

c. Déterminer l'expression littérale de T_0 pour que la solution de cette équation différentielle soit : $x = x_m \cdot \cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0} \cdot t + \Phi_0\right)$.

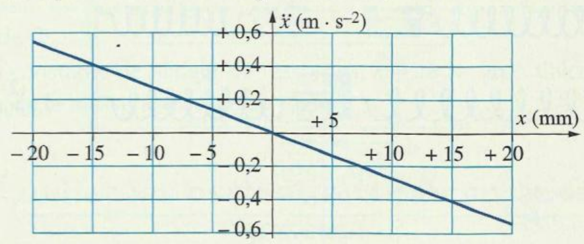
d. L'enregistrement de l'élongation en fonction du temps a permis de construire le graphique ci-dessous.



Déterminer graphiquement les valeurs numériques des grandeurs x_m et T_0. Déterminer la valeur numérique de Φ_0.

e. Montrer que l'un des résultats précédents est en accord avec les valeurs numériques de m et k.

2. a. Sur le graphique ci-dessous, on a représenté les couples $(x ; \ddot{x})$ obtenus à partir des valeurs expérimentales.



Montrer que l'allure de ce graphique est en accord avec l'équation différentielle précédente.

b. Quelle est l'expression littérale du coefficient directeur de la droite obtenue ?

c. Montrer que la valeur numérique du coefficient directeur est en accord avec la valeur expérimentale trouvée pour la période T_0. SOS

21. Le salaire de la peur (voir l'activité préparatoire A)

Dans le film de Henri-Georges Clouzot « Le salaire de la peur », les héros doivent transporter de la nitroglycérine. Une portion de la piste sur laquelle doit se dérouler ce transport est constituée d'une succession régulière de rigoles creusées par le ruissellement de l'eau. Les pistes de ce type sont appelées « tôle ondulée ». L'un des acteurs affirme, dans le film, qu'il faut rouler soit très lentement soit très vite pour éviter de faire exploser la nitroglycérine.

1. Quel phénomène est susceptible de se produire lorsqu'un véhicule roule sur ce type de piste ?

2. Les suspensions d'un camion s'affaissent de 1,2 mm lorsqu'il porte une charge de 6,5 t.

a. Calculer la constante de raideur du ressort équivalent aux suspensions du camion.

b. La masse du camion chargé est $m = 10$ t. Calculer la période et la fréquence des oscillations du camion.

c. Le camion roule sur une tôle ondulée dont les bosses sont régulièrement espacées d'une distance $d = 0{,}70$ m.

Calculer la vitesse de déplacement pour laquelle le phénomène sera le plus perceptible.

3. Justifier l'affirmation de l'acteur.

Donnée : $g = 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.