Applications directes

Caractériser le mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur uniforme

(§ 1 du cours)

1. Connaître l'évolution de la vitesse et de l'accélération d'un projectile

Un solide est lancé vers le haut dans une direction faisant un angle de 45° avec la verticale. Les frottements dus à l'air sont négligeables. Sélectionner parmi les affirmations suivantes celles qui sont inexactes et les rectifier.

1. Le centre d'inertie G du solide repasse par sa position initiale.

2. Le vecteur vitesse de G change d'orientation.

3. Le vecteur accélération de G change d'orientation au cours du mouvement.

4. Le vecteur accélération est égal au vecteur accélération de la pesanteur.

5. L'accélération s'annule au sommet de la trajectoire.

6. La vitesse s'annule au sommet de la trajectoire.

3. Rechercher les caractéristiques d'un mouvement à partir de ses équations horaires

Un élève étudie le mouvement du centre d'inertie G dans le champ de pesanteur uniforme.

Il a établi les équations horaires suivantes :

$$\overrightarrow{OG}\left\{\begin{array}{l} x = \vartheta_0 \cdot \cos\alpha \cdot t \\ y = 0 \\ z = -\dfrac{1}{2}g \cdot t^2 + \vartheta_0 \cdot \sin\alpha \cdot t \end{array}\right.$$

1. a. Préciser les axes choisis, leur orientation ainsi que les conditions initiales.

b. Le mouvement est-il plan ? Justifier.

c. Sur quel axe le mouvement de la projection de G est-il uniforme ?

2. a. Quelle est l'équation de la trajectoire de G ?

b. Quelle est la distance maximale atteinte par le projectile ?

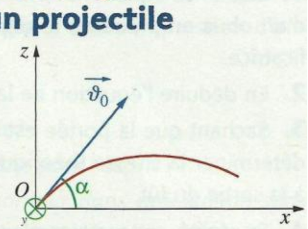
3. a. Exprimer en fonction du temps, les coordonnées du vecteur vitesse.

b. À quelle date le vecteur vitesse est-il horizontal ?

c. Exprimer l'altitude maximale atteinte par G.

4. Caractériser le mouvement du centre d'inertie d'un projectile

On lance un objet de masse m dans le champ de pesanteur avec une vitesse initiale $\vec{\vartheta}_0$ faisant un angle α avec l'horizontale (voir le schéma ci-contre). On étudie le mouvement de son centre d'inertie G dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Le vecteur $\vec{\vartheta}_0$ est dans le plan $(O ; \vec{i}, \vec{k})$ et à la date $t = 0$, le centre d'inertie G de l'objet est en O.



1. Indiquer les coordonnées de $\vec{\vartheta}_0$ et de $\overrightarrow{OG}_0$ dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

2. À l'aide de la deuxième loi de Newton, établir les équations horaires du mouvement de G.

3. Montrer que le mouvement est plan.

4. Établir l'équation de la trajectoire de G.

6. Choisir un repère adapté

La « Grosse Bertha », utilisée par les artilleurs allemands en 1918 pour bombarder Paris, avait une portée maximale de 120 km.

1. Établir les équations horaires du mouvement du centre d'inertie G d'un obus en précisant le repère choisi. Préciser l'hypothèse simplificatrice.

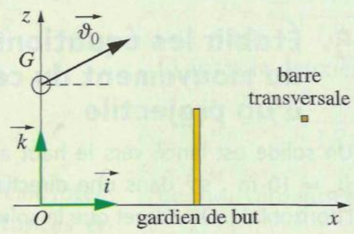
2. En déduire l'équation de la trajectoire de G dans ce repère.

3. Sachant que la portée est maximale pour un angle de tir de 45°, déterminer la vitesse théorique de sortie de l'obus de masse 104 kg à la sortie du fût.

4. En réalité, cette vitesse était de 1 600 m . s^{-1}. Interpréter ce résultat.

7. Exploiter une équation de trajectoire

Lors d'une contre-attaque au cours d'un match de handball, un attaquant se trouve seul devant le gardien de but adverse. Il tire en extension. Le ballon de diamètre 19 cm quitte sa main avec une vitesse $\vartheta_0 = 7$ m . s^{-1} faisant un angle de 60° avec l'horizontale, à une hauteur de 2,80 m et une distance de 5 m des buts. L'objectif du joueur est de lober le gardien situé deux mètres devant ses buts dont les bras levés et tendus représentent un obstacle d'une hauteur de 2,40 m. La barre transversale des buts est à une hauteur de 2,0 m par rapport au sol (voir le schéma ci-contre).



Dans tout l'exercice, on néglige l'action de l'air sur le ballon.

Donnée : $g = 9,8$ m.s^{-2}.

1. Donner les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{\vartheta}_0$ et celle du vecteur position $\overrightarrow{OG}_0$ du centre d'inertie du ballon à la date $t = 0$ s dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{k})$.

2. À l'aide de la deuxième loi de Newton, donner les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}_G$ du centre d'inertie du ballon.

3. Exprimer les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{\vartheta}_G$.

4. Écrire les équations horaires paramétriques du centre d'inertie G du ballon.

5. En déduire l'équation de sa trajectoire.

6. Quelle est l'ordonnée du centre d'inertie du ballon de handball lorsqu'il est au niveau du gardien ? Ce dernier est-il lobé ?

7. Le but est-il marqué ?

Étudier le mouvement des satellites et des planètes

(§ 2 du cours)

9. Connaître certaines caractéristiques du mouvement des satellites

Voici sept affirmations :

Pour des satellites en orbite circulaire :

a. La vitesse a une valeur constante.

b. La vitesse est indépendante de la masse du satellite.

c. La période est indépendante de la masse du satellite.

d. La vitesse augmente lorsque l'altitude est plus importante.

Pour des satellites géostationnaires :

e. La trajectoire est obligatoirement dans le plan équatorial.

f. L'altitude est la même pour tous ces satellites.

g. Ils sont fixes dans le référentiel géocentrique.

Parmi les propositions suivantes, lesquelles sont vraies ?

Proposition 1 : les trois premières affirmations sont vraies.

Proposition 2 : les affirmations **d.** et **g.** sont fausses.

Proposition 3 : seules sont fausses les affirmations **d.** et **g.**

Proposition 4 : les affirmations **a.**, **b.**, **e.**, **f.** et **g.** sont vraies.

10. Calculer la vitesse et la période d'un satellite

Le télescope spatial Hubble a été mis sur une orbite circulaire autour du centre T de la Terre. Il évolue à une altitude $h = 600$ km. Sa masse est $m = 11 \times 10^3$ kg.

Ce télescope, noté H, est considéré comme un objet ponctuel. Les images converties en signaux électriques sont acheminées vers la Terre par l'intermédiaire de satellites géostationnaires.

1. a. Donner l'expression littérale de la valeur de la force de gravitation que subit le télescope.

b. Calculer la valeur de cette force.

2. Le mouvement du télescope est étudié dans le référentiel géocentrique.

a. Montrer que le mouvement circulaire est uniforme.

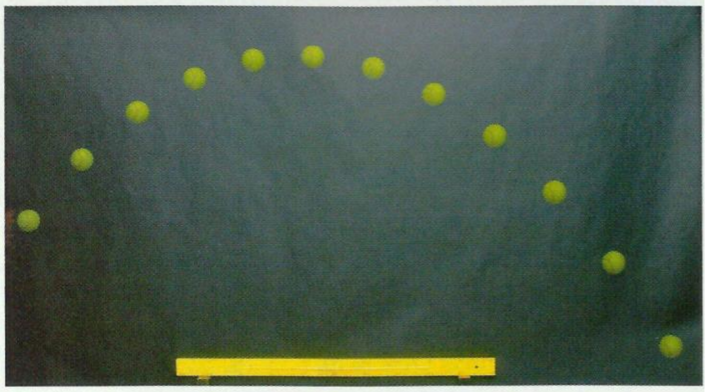
b. Établir l'expression littérale de sa vitesse, puis la calculer.

c. Déterminer sa période de révolution.

Données :
$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ m^3 . kg^{-1} . s^{-2}$; $R_T = 6\,380$ km ; $M_T = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg.

Utilisation des acquis

14. Utiliser une chronophotographie



On a réalisé, ci-dessus, la chronophotographie du mouvement d'une balle dans le champ de pesanteur. L'intervalle de temps entre deux positions consécutives de la balle est de 67 ms. On choisit comme origine des temps $t_0 = 0$, la date à laquelle la balle se trouve sur la position la plus à gauche. La règle mesure 1,0 m.

La vitesse, à la date $t_0 = 0$ s, a pour valeur $\vartheta_0 = 4{,}3\ m . s^{-1}$ et fait un angle de 50° par rapport à l'horizontale.

1. À l'aide de quelques hypothèses et de la deuxième loi de Newton, donner les caractéristiques du vecteur accélération $\vec{a}$.

2. En déduire les équations horaires paramétriques du mouvement.

3. a. Quelles sont les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{\vartheta}$ du centre d'inertie de la balle à la date t_7 ?

b. En déduire la valeur de la vitesse à cette date.

c. À l'aide de la chronophotographie, retrouver cette valeur.

4. a. Quelle est la particularité du vecteur vitesse $\vec{\vartheta}$ lorsque la balle est au sommet de sa trajectoire ?

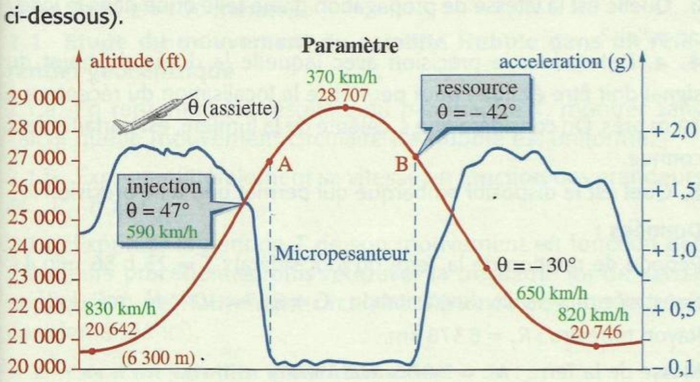
b. À quelle date la balle est-elle au sommet de la trajectoire ? Le vérifie-t-on sur le document ci-dessus ?

Donnée : $g = 10\ m . s^{-2}$.

17. L'Airbus A300 zéro G

Tout objet situé dans le champ de pesanteur est soumis à une force dirigée vers le centre de la Terre.

Dans des conditions particulières, on peut faire disparaître les effets de cette pesanteur : c'est le cas pour des spationautes dans une station orbitale. On se trouve également dans ces conditions d'impesanteur lors de vols paraboliques. On se propose d'étudier le mouvement de l'Airbus A300 « zéro G » lors d'une parabole (voir le schéma ci-dessous).



Lors de la première phase de vol, l'avion évolue à l'horizontale. Le pilote prépare sa parabole en augmentant progressivement sa vitesse jusqu'à environ 830 km/h, vitesse maximale autorisée pour ce type d'appareil. Puis il cabre progressivement l'appareil pour atteindre un angle de 47°. Il s'instaure, pendant cette manœuvre, une forte pesanteur appelée *hyperpesanteur* : les passagers pèsent 1,8 fois leur poids sur Terre.

À l'injection, alors que l'avion est en pleine ascension, le mécanicien réduit significativement le régime des moteurs. L'appareil tel un projectile commence à décrire alors une parabole. Au début de cette phase (point *A* du document ci-dessus), sa vitesse est de 525 km/h, l'appareil est incliné de 45° par rapport à l'horizontale, et ses passagers ainsi que sa cargaison sont dans des conditions proches de l'impesanteur.

20,5 s plus tard, le retour à la pesanteur est rapide. Lorsque l'avion atteint une inclinaison de 42° vers le bas (point *B*), le mécanicien augmente cette fois le régime des moteurs pour redonner de la vitesse à l'appareil et permettre au pilote de le redresser progressivement. Les passagers pèsent une nouvelle fois 1,8 fois leur poids, en descente cette fois, avant un retour à l'horizontale et l'attente d'une nouvelle parabole 2 minutes plus tard.

Ces manœuvres sont répétées 30 fois lors de chaque vol.

D'après le site http://www.lmpi.tk/ (Tout sur l'Airbus – Le fonctionnement).

1. Dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{k})$ lié à la terre, l'origine *O* est placée au niveau du sol à la verticale du point *A*, centre d'inertie de l'avion lorsqu'il commence sa parabole. On prendra comme origine des dates $t = 0$ s lorsque l'avion est en *A*.

Indiquer les coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OG_0}$ à $t = 0$ s et du vecteur vitesse $\vec{\vartheta}_0$.

2. Établir les équations horaires paramétriques du centre d'inertie *G* de l'avion lors de sa trajectoire parabolique du point *A* au point *B* correspondant à une chute libre.

3. a. Quelle est la particularité du vecteur vitesse $\vec{\vartheta}$ du centre d'inertie *G* de l'avion lorsqu'il passe par le sommet de sa trajectoire ?

b. En déduire la date à laquelle il atteint le sommet de la trajectoire.

c. Quelle est alors son altitude ? Cela confirme-t-il la valeur indiquée sur le schéma ?

4. a. Établir l'équation de la trajectoire du centre d'inertie *G*.

b. Justifier le terme de « trajectoire parabolique » dans l'énoncé.

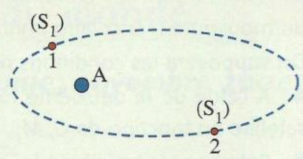
5. Quelle est l'altitude de l'avion au bout de 20,5 s ?

6. Montrer que l'avion est bien incliné vers le bas d'un angle de 42°.

Données : $g = 9{,}8\ m . s^{-2}$; 1 ft (pied) = 0,3048 m ; l'avion se trouve au point *A* d'altitude 27 000 pieds à la date 11 h 07 min 26 s et au point *B* à la date 11 h 07 min 46,5 s.

18. Lois de Képler

On suppose un satellite S_1 en orbite elliptique autour d'un astre A.



1. a. Rappeler la première loi de Képler.

b. Que représente A pour l'ellipse ?

2. a. Rappeler la deuxième loi de Képler.

b. L'illustrer par un schéma.

c. Comparer les vitesses de S_1 aux positions 1 et 2.

d. Quelle est la conséquence de la deuxième loi de Képler lorsque la trajectoire du satellite est circulaire ?

3. a. Rappeler la troisième loi de Képler.

b. Soit un satellite S_2 de l'astre A, plus éloigné de A que S_1, ayant une trajectoire elliptique. Comparer T_1 et T_2 les périodes de révolution respectivement de S_1 et de S_2.

19. Un satellite de Pluton

Pluton, planète la plus éloignée du Soleil, a un satellite nommé Charon. Ce satellite découvert en 1978, a pour masse $M_C = 1{,}8 \times 10^{21}$ kg et se situe à une distance $d = 1{,}9 \times 10^4$ km de Pluton.

Sa trajectoire autour de Pluton est circulaire, sa période de révolution est $T = 6{,}4$ jours et sa vitesse orbitale $\vartheta = 0{,}2\ km . s^{-1}$.

On se propose de retrouver ces deux dernières données.

1. Dans quel référentiel étudie-t-on le mouvement de Charon autour de Pluton ?

2. À l'aide de la deuxième loi de Newton, donner les caractéristiques du vecteur accélération $\vec{a}$ du centre d'inertie *G* de Charon.

3. En déduire l'expression de la vitesse ϑ de Charon en fonction de la masse de Pluton et de la distance *d*.

Calculer sa valeur. Confirme-t-elle celle annoncée dans le texte ?

4. Exprimer la période de révolution *T* en fonction de *d* et de ϑ.

5. Retrouver la troisième loi de Képler. En déduire la valeur de *T*. Est-elle conforme à celle donnée dans le texte ?

Données : masse de Pluton $M_P = 1{,}3 \times 10^{22}$ kg. $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ SI.