

COMPÉTENCES EXIGIBLES

→ Connaître les trois lois de Kepler ; exploiter la troisième dans le cas d'un mouvement circulaire.

De l'Antiquité à la Renaissance, la Terre était considérée comme le centre de l'Univers. Il faudra attendre le XVII^{ème} siècle pour qu'un astronome, Kepler, propose une description correcte du mouvement des planètes et des satellites.

DOCUMENT 1 : KEPLER ET SES 3 LOIS

Johannes Kepler est né en 1571 et mort en 1630, il est donc contemporain de Galilée et se situe exactement entre Copernic et Newton.

Il fait partie de ces « géants » sur les épaules desquels Newton s'est hissé.

Kepler a une mauvaise vue, il ne voulait et ne pouvait donc pas être astronome. Car à cette époque l'astronomie consistait essentiellement en des mesures de positions des corps célestes à l'œil nu. Il s'est alors retrouvé professeur de mathématiques et ses grandes qualités de mathématicien le font remarquer par Tycho Brahé, astronome Danois très réputé à l'époque pour la qualité et la précision de ses observations.

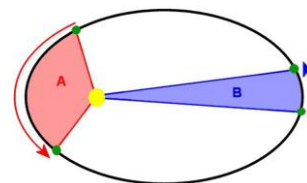


Ce dernier est le premier astronome à construire une carte du ciel de grande précision. Kepler devient le disciple de Tycho Brahé en 1594, à l'observatoire de Prague.

Kepler remarque alors que l'orbite de Mars n'est pas un cercle parfait mais plutôt une ellipse. Il doit donc se résoudre à reconnaître que Tycho s'est trompé dans ses observations mais son admiration pour son maître le fait douter. Il va donc élaborer ses lois :

1- Loi des orbites : L'orbite d'une planète est une ellipse dont le soleil occupe un des foyers.

2- Loi des aires : le rayon vecteur qui relie la planète au soleil balaie des aires égales en des temps égaux.



La vitesse d'une planète devient donc plus grande lorsque la planète se rapproche du soleil. Elle est maximale au voisinage du rayon le plus court (périhélie), et minimale au voisinage du rayon le plus grand (aphélie).

Il est très important de replacer cette découverte dans le contexte historique. En effet, le simple fait que l'orbite d'une planète ne soit plus un cercle parfait était très difficile à accepter à cette époque. En effet, tout ce qui est dans le ciel étant divin, il ne pouvait y avoir que des mouvements parfaits selon une géométrie parfaite, donc des cercles.

Kepler imagine qu'il doit forcément y avoir une harmonie des nombres entre les planètes. Il recherche alors une relation entre le grand axe de l'orbite et la durée de révolution d'une planète autour du soleil. Il énonce alors sa troisième loi :

3- Le rapport du cube du demi-grand axe de l'orbite de la planète sur le carré de la période de révolution est une constante qui est la même quelque soit la planète considérée.

Kepler a donc ainsi retrouvé une harmonie dans le système solaire qu'il croyait avoir perdu en énonçant ses deux premières lois.

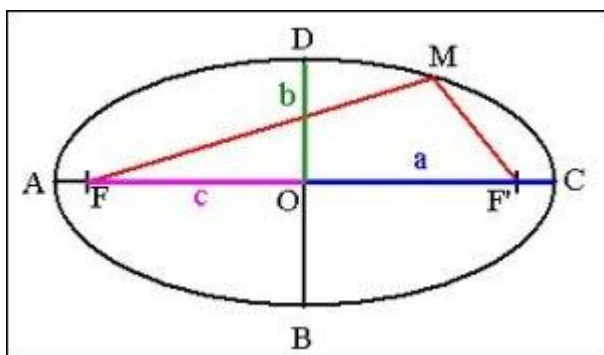
Les trois lois que Kepler formula étaient noyées dans un ensemble de pages difficiles à interpréter. On dit que c'est Voltaire qui formula de façon intelligible les dites lois dans son livre : « éléments de la philosophie de Newton. »

À l'heure actuelle l'étude précise du manuscrit de Kepler révèle que la précision des mesures dont il se servait ne permet pas de trancher entre une orbite circulaire et elliptique, tout au plus on peut à peine montrer que le soleil est légèrement excentré.

<http://www.physagreg.fr>

DOCUMENT 2 : LES ELLIPSES

En géométrie, une ellipse est l'ensemble des points dont la somme des distances à deux points fixes, dits foyers, est constante (sa construction par la méthode du jardinier est très simple).



Paramètres :

- O : centre
- F et F' : foyers tel que $OF = OF' = c$
avec c : distance du centre au foyer : distance focale
- a : longueur du demi grand axe
- b : longueur du demi petit axe
- AC : grand axe $AC = 2.a$ BD : petit axe
- e : excentricité $e = c/a$

Pour tout point M de l'ellipse $MF + MF' = 2a$

Pour une ellipse l'excentricité est comprise entre 0 et 1 ; si e est petit, on a presque un cercle.

DOCUMENT 3 : DONNÉES ASTRONOMIQUES

Planète	a : demi grand axe en 10^3 km	T période de révolution en jour	T période de révolution en 10^6 s	T^2/a^3 en $\text{jour}^2 \cdot \text{km}^{-3}$	T^2/a^3 en $\text{s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$
Mercure	57 910	87,97	7,579 8470 8	$3,984 82 \cdot 10^{-11}$	$2,958 42 \cdot 10^{-19}$
Vénus	108 200	224,7	19,361 050 8	$3,985 88 \cdot 10^{-11}$	$2,959 21 \cdot 10^{-19}$
Terre	149 600	365,26	31,472 262 64	$3,984 83 \cdot 10^{-11}$	$2,958 43 \cdot 10^{-19}$
Mars	227 940	686,98	59,192 944 72	$3,984 98 \cdot 10^{-11}$	$2,958 55 \cdot 10^{-19}$
Jupiter	778 330	4 332,71	373,323 624 4	$3,981 33 \cdot 10^{-11}$	$2,955 83 \cdot 10^{-19}$

Tableau 1 : Demi grand axe et période de révolution de quelques planètes du système solaire.

Satellite	a : demi grand axe en 10^3 km	T période de révolution en jour	T période de révolution en 10^6 s	T^2/a^3 en $\text{jour}^2 \cdot \text{km}^{-3}$	T^2/a^3 en $\text{s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$
Io	422	1,77	0,152 510 28	$4,168 78 \cdot 10^{-8}$	$3,095 \cdot 10^{-16}$
Europe	671	3,55	0,305 882 2	$4,171 47 \cdot 10^{-8}$	$3,097 \cdot 10^{-16}$
Ganymède	1 070	7,15	0,616 072 6	$4,173 12 \cdot 10^{-8}$	$3,098 22 \cdot 10^{-16}$
Callisto	1 883	16,69	1,438 077 16	$4,172 17 \cdot 10^{-8}$	$3,097 51 \cdot 10^{-16}$

Tableau 2 : Demi grand axe et période de révolution des satellites de Jupiter

Satellite	a : demi grand axe en 10^3 km	T période de révolution	T période de révolution en s	T^2/a^3 en $\text{s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$
Lune	384	27,32 jours	$2,35 \cdot 10^6$	$9,78632 \cdot 10^{-14}$
Hipparcos	24,546	10h37min 57s	38277	$9,9068 \cdot 10^{-14}$
NOAA 15	7,19	1h41min09s	6069	$9,90941 \cdot 10^{-14}$
GPS BII-01	26,5625	11h58min08s	43088	$9,90617 \cdot 10^{-14}$
Globalstar MO48	7,79	1h54min4s	6844	$9,90849 \cdot 10^{-14}$

Tableau 3 : Demi grand axe et période de révolution du satellite naturel (Lune) et de quelques satellites artificiels de la Terre

- ▲ La distance Terre-Soleil varie entre 147,1 et 152,1 millions de kilomètres.
- ▲ Masse du Soleil : $M_s = 2,00 \cdot 10^{30}$ kg
- ▲ Masse de Jupiter : $M_j = 1,91 \cdot 10^{27}$ kg
- ▲ Constante de gravitation universelle : $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
- ▲ Newton a attribué la valeur $\frac{4\pi^2}{GM}$ au rapport $\frac{T^2}{a^3}$ de la troisième loi de Kepler avec M la masse de l'astre attracteur.

QUESTIONS :

App, Ana, Val

1. Calculer l'excentricité de la Terre. Peut-on assimiler la trajectoire de la Terre à un cercle ?
La Terre est au plus proche du Soleil au début du mois de janvier.
2. Comment s'appelle le point qu'elle occupe ce jour-la ?
3. Cela explique-t-il pourquoi l'hiver règne dans l'hémisphère Nord ?
4. Que peut-on dire de la vitesse de la Terre en ce point la ?
5. Pourquoi l'hiver, dans l'hémisphère Nord, dure-t-il moins longtemps que l'été ?
6. D'après les données du **Document 3**, la troisième loi de Kepler est-elle vérifiée ?
7. Vérifier sur un exemple la valeur du rapport $\frac{T^2}{a^3}$ attribuée par Newton.
8. À l'aide des données du **Document 3**, déterminer la masse de la Terre.